



INTRODUÇÃO A GEOMETRIA DE SUPERFÍCIES DO \mathbb{R}^3 : CURVATURAS E O TEOREMA DE GAUSS-BONNET

Mateus Rocha de Sousa¹, Eudes Leite de Lima²

RESUMO

Neste trabalho, pretendemos estudar aspectos geométricos relacionados a superfícies do espaço Euclidiano 3-dimensional, com foco na curvatura gaussiana. Inicialmente, consideramos a aplicação de Gauss de uma superfície para então introduzir a curvatura gaussiana. Neste contexto, alguns exemplos, resultados e propriedades interessantes sobre superfícies são exibidos. Em particular, caracterizamos esferas e planos como as únicas superfícies totalmente umbílicas. Por fim, estudamos alguns dos mais famosos e importantes resultados em Geometria Diferencial, a saber: o Teorema *Elegantissimum* de Gauss e o Teorema de Gauss-Bonnet. Como uma consequência do Teorema de Gauss-Bonnet, concluímos que a curvatura total de uma superfície compacta é invariante por homeomorfismos, ou seja, é um invariante topológico.

Palavras-chave: curvatura gaussiana, teorema *elegantissimum* de Gauss; teorema de Gauss-Bonnet.

¹Aluno do curso de Licenciatura em Matemática, Unidade Acadêmica de Ciências Exatas e da Natureza, UFCG, Cajazeiras, PB, e-mail: mtrochasousa@gmail.com

²Doutor, Professor do Magistério Superior, Unidade Acadêmica de Ciências Exatas e da Natureza, UFCG, Cajazeiras, PB, e-mail: eudes.leite@professor.ufcg.edu.br



**INTRODUÇÃO A GEOMETRIA DE SUPERFÍCIES DO \mathbb{R}^3 : CURVATURAS E O
TEOREMA DE GAUSS-BONNET**

ABSTRACT

In this work, we intend to study geometric aspects related to surfaces in the 3-dimensional Euclidean space, with focus in the Gaussian curvature. Initially, we consider the Gauss map of a surface to then introduce the Gaussian curvature. In this context, some interesting examples, results and properties regarding surfaces are exhibited. In particular, we characterize the spheres and planes as the only totally umbilic surfaces. Finally, we study some of the most famous and important results in Differential Geometry, to know: the Elegantissimum Gauss Theorem and the Gauss-Bonnet theorem. As a consequence of the Gauss-Bonnet theorem, we conclude that the total curvature of a compact surface is invariant by homeomorphism, that is, is a topological invariant.

Keywords: gaussian curvature, Gauss theorem *elegantissimum*, Gauss-Bonnet theorem.