MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS HIPERBÓLICAS E PARABÓLICAS

Ayala Fernando Campos Barbosa[1], Deise Mara Barbosa de Almeida[2]

RESUMO

O Método das Diferenças Finitas é amplamente utilizado na aproximação da solução de Equações Diferenciais Parciais, transformando-as de um problema analítico em um problema numérico. Neste trabalho, apresentamos e explicamos as etapas do Método das Diferenças Finitas, que incluem: a discretização de um domínio físico contínuo em uma grade discreta; a aproximação das derivadas parciais presentes nas equações por aproximações algébricas de diferenças finitas; a substituição destas derivadas parciais pelas aproximações; a obtenção de uma equação algébrica de diferenças finitas; e, por fim, a resolução da equação algébrica resultante. Após estas etapas, o Método das Diferenças Finitas foi utilizado para resolver dois tipos de Equações Diferenciais Parciais: uma equação parabólica e outra hiperbólica. A equação parabólica estudada foi a Equação do Calor, para a qual empregamos aproximações de primeira e de segunda ordem. Já a equação hiperbólica utilizada foi a Equação da Onda, em que utilizamos somente aproximações de segunda ordem. Para implementação do método, foram desenvolvidos códigos em linguagem computacional Python e utilizados problemas de valores iniciais e de contorno encontrados em (Boyce; Diprima, 2010), cujas soluções analíticas são dadas, as quais foram utilizadas para avaliar os resultados numéricos. Para analisar se as soluções numéricas encontradas estavam adequadas foram gerados gráficos das soluções analíticas e numéricas. Inicialmente, utilizamos uma quantidade pequena de pontos para discretizar o domínio, e observamos que a solução numérica resultante se apresentava menos precisa quando comparada a solução analítica. No entanto, a medida em que aumentamos o número de pontos na grade, os resultados se aproximaram cada vez mais da solução analítica de cada problema. Dessa forma, podemos observar que os resultados numéricos obtidos com o Método das Diferenças Finitas se aproximaram das soluções exatas dos problemas estudados.

Palavras-chave: Diferenças Finitas, Equação Diferencial, Python.

[1]Aluno do Licenciatura em Matemática, Unidade Acadêmica de Matemática, UFCG, Campina Grande, PB, e-mail: ayalafrnd@gmail.com
[2]Doutora, Professora do Ensino Superior, Universidade Federal de Campina Grande, UFCG, Campina Grande, PB, e-mail: deise@mat.ufcg.edu.br

FINITE DIFFERENCE METHOD IN THE SOLUTION OF HIPERBOLIC AND PARABOLIC DIFFERENTIAL EQUATIONS.

ABSTRACT

The Finite Difference Method is widely used to approximate Partial Differential Equations solution, transforming them from an analytical problem into a numerical problem. In this work, we present and explain the steps of the Finite Difference Method, which include: discretizing a continuous physical domain into a discrete grid; approximating the partial derivatives present in the equations using algebraic approximations of finite difference; substituting these partial derivatives with the approximations; obtaining an algebraic finite difference equation; and finally, solving the resulting algebraic equation. After these steps, the Finite Difference Method was used to solve two types of Partial Differential equation: a parabolic equation and a hyperbolic equation. The parabolic equation studed was the Heat Equation, where we employed first-order and second-order approximations. The hyperbolic equation used was the Wave Equation, where we utilized only second-order approximations. For the implementation of the methods, codes were developed in the python programming language and initial value and boundary value problems found in (Boyce; Diprima, 2010) were used, whose analytical solution are provided and were used to evaluate the numerical results. To analyze whether the obtained numerical solution were adequate, graphics of the analytical and numerical solutions were generated. Initially, we used a small number of points to discretize the domain, and we observed that the resulting numerical solution was less accurate when we compared to te analytical solution. However, as we increased the number of points in the grid, the results increasingly approached the analytical solution of each problem. Thus, we can observe that the numerical results obtained with the Finite Difference Method approached the exact solutions of the problemas studied.

Keywords: Finite Differences, Differential Equation, Python.